

第1章 方程式の解を得るために、パソコン操作をマスターする

1-1. マトリクスを使って方程式の解を得る

まず、つぎの連立方程式を解くことを考える。

$$\begin{cases} a_1 M_1 + b_1 M_2 = c_1 \\ a_2 M_1 + b_2 M_2 = c_2 \end{cases}$$

未知数は、 M_1, M_2 の2つです。また、 a_1 、 b_1 、 a_2 、 b_2 、などは、未知数についている係数です。

未知数が2つに対し、式の数も2つですので、解があるなら解けるはずですが。

このばあい、当然、左辺の係数のマトリクスは 2×2 の正方行列をしています。

上記の例の、連立方程式の左辺の係数をマトリクスに並べます。

$$A = \begin{Bmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{Bmatrix}$$

この逆行列を A^{-1} であらわせば、この逆行列も 2×2 の正方行列です。

いま、表計算ソフト“エクセル”を操作することによって、逆行列が以下のように得られたとする。

$$A^{-1} = \begin{Bmatrix} d & e \\ f & g \end{Bmatrix}$$

そこで、

この逆行列を左に置いて、右辺の行列を右からかけると、積が得られる。

つまり、右辺の行列が

$$C = \begin{Bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{Bmatrix}$$

とすると、その積は、右辺の行列と同じ縦の行列となり、上から順に、 M_1 の解、 M_2 の解となる。

つまり、

$$\begin{Bmatrix} M_1 \\ M_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} d & e \\ f & g \end{Bmatrix} \times \begin{Bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} d c_1 + e c_2 \\ f c_1 + g c_2 \end{Bmatrix}$$

となる。

ここに、対応する要素が未知数の解であるから、

$$M_1 = d c_1 + e c_2$$

$$M_2 = f c_1 + g c_2$$

となる。

1 - 2 . エクセルを使ってマトリクスの演算をする

エクセルを使って、以下の方程式を解く

$$\begin{aligned} -x_1 + 9x_2 - 4x_3 &= 41 \\ 6x_1 - 2x_2 + 7x_3 &= 122 \\ -5x_1 + 8x_2 - 3x_3 &= 2 \end{aligned}$$

エクセルの操作にはいるまえに、上の式をじっと観察すると、マトリクスの掛け算がどう
いうものか、わかんと思います。

上の式は、 x_1 、 x_2 、 x_3 などが、未知数と思い込んでいたので、マトリクスの演算と
結びつかないかもしれませんが、もし、 x_1 、 x_2 、 x_3 などが、既知の数字であれば、
それは、次の掛け算と同じことに気づくでしょう？

$$\begin{Bmatrix} -1 & +9 & -4 \\ +6 & -2 & +7 \\ -5 & +8 & -3 \end{Bmatrix} \times \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -x_1 + 9x_2 - 4x_3 \\ 6x_1 - 2x_2 + 7x_3 \\ -5x_1 + 8x_2 - 3x_3 \end{Bmatrix}$$

(つまり、 x_1 が10、 x_2 が11、 x_3 が12であったとすると) 上記を、格段ごとに計算する
と、うえから、41, 122, 2 となる。

上記のことが、オモテのプロセスです。

その逆のプロセスは、

「逆行列と、右辺を掛けたら、未知数の解」となる。

という、仕組みを受け入れてください。

エクセルの操作は次のようになります。

まず、EXCEL を開いて、上記の方程式の左辺の係数(数字)を升目に埋めて、マトリクスを
次のように作ります。

(左辺の係数のマトリクス)

- 1	+ 9	- 4
+ 6	- 2	+ 7
- 5	+ 8	- 3

この場合、マイナスに一つの係数をいれます。また、係数がゼロの時(つまり、対応する項が式
の中に無い場合など)は0をいれます。

つぎに、上記の逆マトリクス (=inverse matrix) をつくります。

逆マトリクスは、はじめのマトリクスと同じ 3 x 3 のマトリクスとなります。

いま、エクセルの画面の、書き込みの無い新しい升目に、その行列を表示させるものとし、

計算式を、一つ一つの升目に、書き込んでいきます。

計算式は以下のようです。

+@index (+minverse (もとのマトリクスの範囲), i , j)

“もとのマトリクスの範囲” は、もとのマトリクスの升目をマウスでドラッグすると、自動的に指定でき、しかも、たとえば、(A1:C3)など、自動的に文字が書きこまれます。

i , j は、逆マトリクスの知りたい要素の番地です。

逆マトリクスのサイズは、この場合、3 x 3 であり、それぞれの番地はつぎのようです。

逆マトリクスの番地

i =1, j =1	i =1, j =2	i =1, j =3
i =2, j =1	i =2, j =2	i =2, j =3
i =3, j =1	i =3, j =2	i =3, j =3

エクセルの場合、各升目に、

+@Index (+minverse (範囲), i , j)

を書きこまなければならないので、手間がかかりますが、

その手間を省略するために、

「コピー」---「貼り付け」

の機能を使います。

ここで、

「コピー」---「貼り付け」

の機能をエクセルで使うときに注意しなければならないことは、ある式のある場所から「コピー」して、別の場所に「貼り付け」ると、式の中で使われていた升目の番地が自動的に平行移動されて、別の番地に替わってしまうことです。

そうすると、もとのマトリクスの範囲を指定したはずが、違う番地になってしまいます。

たとえば、(A 1 : C 3) という番地が記載されている升目をコピーして、そのコピーした場所から右に 5 マス、下に 7 マスの位置にある新しい升目にはりつけたとすると、その範囲は自動的に (F 8 : H 1 0) と替わってしまいます。

そうならないためには、コピーする前に、式の中の (A 1 : C 3) をマウスでドラッグして、字を反転させ、キーボードの上段の 「 f 4 」 キーを叩きます。

そうすると、番地は、(\$ A \$ 1 : \$ C \$ 3) と直ります。このような状態になると、コピーしてそれを他の升目に張り付けても、番地名は変化しなくなるので、はじめのマトリクスの範囲のまま、どこにでも張り付けることができます。

ところで、 $+@Index(+minverse(\$範囲), i, j)$ としても、 i, j を升目ごとに $+@Index(+minverse(\$範囲), 1, 2)$ などと、いちいち書き込んで行くのはとても手間がかかります。

そこで、この場合には、先ほどとは反対に、コピー張り付けによって、番地が替わることを利用して手間を省きます。

つまり、あらかじめ、数字の1, 2, 3を升目に打ち込んで置いて、その升目の番地を指定して、 i, j に利用します。

たとえば、つぎのように升目に数字を打ち込んで置き、升目の番地を指定すればその升目の数字が、サフィックスサフィックスの数字と認識されるので、いちいち数字そのものを式の中に書き込まなくて良くなります。

			E	F	G
1			1	1	1
2			2	2	2
3			3	3	3
4					
5			1	2	3
6			1	2	3
7			1	2	3

このように、サフィックスをあらかじめ別の升目に用意しておけば、逆行列を表示させようとする、はじめの升目に、

$+@Index(+minverse(\$範囲), E1, E5)$

と書き込み、これを「コピー」して、残りの升目に、「貼り付け」を行えば、各升目の式のなかに、サフィックスの数字が書かれたのとおなじこととなります。

その結果、各々の升目に、各々の升目の逆マトリクスが表示されます。

それは、つぎのようになっています。

逆マトリクス

0.196978	0.019608	-0.21569
0.66667	0.066667	0.066667
-0.14902	0.145098	0.203922

この、逆マトリクスに、右辺の縦のマトリクスを掛けると、求める X_1, X_2, X_3 がたてに表示されることとなります。

ここに、ひとまず右辺のマトリクスを掲げておきます。

右辺のマトリクス

41

122
2

行列の積を表示するためには、つぎの式を、表示させたい升目に記入します。

+ @index (+ mmult((逆行列の範囲),(右辺の行列の範囲)), i)

i は上から何番目であるかというサフィックスです。

よって、上から一番目、つまり X 1 の値を表示させたいときには、

+ @index (+ mmult((逆行列の範囲),(右辺の行列の範囲)), 1)

と書くか、または、あらかじめ 1 を埋め込んである升目、例えば E1 を指定します。

+ @index (+ mmult((\$ 逆行列の範囲),(\$ 右辺の行列の範囲)), E1)

ここで、答えを縦一列に表示させるときに、先ほどと同様に、コピー張り付け、の機能を利用すれば手間を少なくできるわけですが、掛け合わせるべきマトリクスの番地が狂わないように、まず範囲をマウスでドラッグして、文字を反転させ、f 4 キーを叩いて、

+ @index (+ mmult((\$ 逆行列の範囲),(\$ 右辺の行列の範囲)), E1)

というふうに、範囲を固定します。

こうして、はじめのマス目に式を打ち込み、はじめの升目を「コピー」して、あとの升目に「貼り付け」れば、手間を掛けないで、マトリクスの積を表示させることができます。

マトリクスの積の値は次のように表示されるはずですが。

積のマトリクス

1 0
1 1
1 2

以上によって、方程式が解かれ、

$$X 1 = 1 0$$

$$X 2 = 1 1$$

$$X 3 = 1 2$$

が得られました。

1 - 3 . ロータス 1 - 2 - 3 を使ってマトリクスの演算をする

ロータス 1 - 2 - 3 を使って、つぎの方程式を解く

$$\left\{ \begin{array}{l} M_1 - 2 M_2 + 3 M_3 = 8 \\ 6 M_1 + 5 M_2 - 4 M_3 = 13 \\ 7 M_1 - 9 M_2 + 8 M_3 = 9 \end{array} \right.$$

まず、昇目に、左辺の係数をうちこみ、マトリクスを作る。

左辺の係数のマトリクス

+ 1	2	+ 3
6	+ 5	4
+ 7	9	+ 8

この行列から逆行列を作るわけですが、ロータス 1 - 2 - 3 の場合、エクセルと異なり、式を入力するのではなく、マウスで機能ボタンをクリックすることにより、逆行列を表示します。まず、マウスポインターで画面上の帯の欄をつぎのようにクリックして行きます。

範囲 (R) 分析 (A) 逆行列 (I)

そうすると小窓があらわれ、上段にもとの行列範囲を指定する欄があり、下段に逆行列を打ち出す場所を指定する欄があります。

まず、元の行列を指定するために、上段のボタンを押すと、小窓が隠れるので、マトリクスの書かれている昇目の “ 始まりから終わりまで ” ドラッグすると、範囲が指定でき、同時に再び小窓が表れます。

つぎに、下段の逆行列を打ち出す場所ですが、ボタンをおすと、小窓がかくれるので、こんどは逆行列を打ち出すばあいの、始まりの “ 第一番目の昇目 ” だけを指定します。そうすると、小窓があらわれるので、小窓のなかの実行ボタン (OK) を押します。(OK) のボタンを押すと、すぐに、計算結果としての逆行列全体があらわれます。それは次のような 3 × 3 のサイズとなっています。

逆行列

0.19047619	-0.52380952	-0.333333
0.95238095	-0.61904762	-0.666667
0.90476191	-0.23809524	-0.333333

つぎに、この逆行列と、右辺の行列の積を作るには、つぎのように、クリックして行きます。

範囲 (R) 分析 (A) 行列の積 (M)

そうすると、小窓があらわれるので、つぎのように範囲や打ち出しの場所を指定して行きます。

- 1) 第一の欄で逆行列をマウスドラッグで範囲指定する。
- 2) 第二の欄で右辺の行列を範囲指定する。
- 3) 第三の欄で、答えのマトリクスをどこに打ち出すか、その先頭のセルを指定する

そこで、さいごに小窓の(OK)ボタンを押すと、一瞬にして、答えのマトリクスが打ち出され、つぎのように表示される。

逆マトリクスと右辺のマトリクスの積のマトリクス

2
3
4

よって、

$$M1 = 2$$

$$M2 = 3$$

$$M3 = 4$$

という解が得られた。

ロータス1-2-3の場合は、ボタン操作だけで逆行列や行列の積が作れる。

しかし、もとのマトリクスが変わると、ボタン操作を再び行わなければならない。

一方、エクセルの場合は、はじめに各升目に式を書き込まなければならないが、もとのマトリクスの内容が変更されても、逆行列や積の値は自動的に変更される。

1-4.“SCILAB”を使ってマトリクスの演算をする

マトリクスのサイズが40×40程度以上になると、エクセルでは、演算できなくなるので、Scilabのお世話になります。

Scilabを利用してマトリクスの演算をする場合も、マトリクスは表計算ソフトを開いて、その升目に書き込んで作ります。

たとえば、184×184のマトリクスがあるとします。

このマトリクスを表計算ソフトの升目に作る場合、なによりも先ずはじめに、数字のゼロ(=0)を全部の升目に書き込んで置きます。そうしないであとからゼロを書き込む場合、升目が多いので、ゼロを入れて行くことに手間がかかり、結局ゼロを書きもらして、計算が間違ってしまう危険があります。

マトリクスの升目全部にゼロを書き込むには、ゼロを“コピー”して、マウスで“範囲を指定”して、“貼り付け”を行えば簡単です。

ゼロを全部の升目に埋め込んだら、次に、方程式の左辺の係数を升目に書き込みます。そうすると、方程式の左辺の係数のマトリクスができあがります。

Scilabでは、この表を直接読み込むことができないので、表計算ソフトで作成したマトリクスは一旦クリップボードにコピーし、つぎにノートパッド(メモ帳)を開いてそれに張り付けて、張り付けた数字を「テキスト形式(*.txt)」でファイル名をつけて保存します。

その、やりかたは簡単です。

まず、マウスでドラッグして、行列を範囲指定し、次に、エクセルの上の欄の「編集」、をク

リックし、「コピー」をクリックすれば、マトリクスの数字は計算機のクリップボードという記憶場所に一時的に記憶されます。そのうえで、表計算ソフトを極小化して画面の隅に隠し、ノートパッドを開いてノートパッドの「編集」をクリックし、表れた小窓のなかの「形式を選択して張り付け」をクリックし、テキスト形式で貼り付けます。

つぎに、それを保存するわけですが、「ファイルー名前を付けて保存」をクリックし選びます。

そうすると、小窓が出てきて、「記録すべき場所」や「記録する際の形式」を問う小窓が表れるので、たとえば、フロッピーディスクが“C ドライブ”であれば、“Cドライブ”という場所に“テキスト形式”で保存するものとします。

保存するファイルの名前を仮に、SANFIX とするならば、結局「C:SANFIX.txt」という形で保存されます。

同様に、右辺の縦のマトリクスも表計算ソフトで作成し、それを、ノートパッドに張り付け、名前を付けて保存します。たとえば、Cドライブに CSC.txt という風に保存するならば、「C:CSC.txt」という形で保存されます。

(エクセル2000のVBA機能を使うと、テキストファイルを自動生成できます。私の、設計照査ソフトの図形のプログラムや、マトリクスの作成には、エクセル2000のVBAのプログラムを使用しています。プログラムはホームページ上で公開されています。そのホームページのURLは、<http://kunios.cool.ne.jp/> です。)

いちおう、以上で、方程式のマトリクスがテキスト形式でファイルに保存されたので、つぎに、マトリクスの演算をします。

演算をするには、直接、実行文を Scilab の画面に打ち込んでもいいのですが、ノートパッドに書き込んだ実行文を読ませて、演算を実行することもできます。

そのやり方は、まずノートパッド(メモ帳)に次のように文章を書きます。

```
A=read('C:/SANFIX.txt',184,184);
B=inv(A);
C=read('C:/CSC.txt',184,1);
D=B*C
Write('C:/DSD.txt', D)
```

これらの文の意味は次のようです。

Aというマトリクスを「Cドライブ」の「SANFIX.txt」というファイルから、 184×184 のかたちで読み込みます。

BというマトリクスはAの逆行列です。

Cというマトリクスを「Cドライブ」の「CSC.txt」というファイルから、 184×1 の形で読み込みます。

DというマトリクスはBというマトリクスとCというマトリクスを掛けたものです。

Dというマトリクスを「Cドライブ」の「DSD.txt」というファイルに記憶させます。

上記の一連の実行文を、ファイルにテキスト形式で保存します。

たとえば、ファイル名を JSJ.txt として、「Cドライブ」に保存します。

そのうえで、この一連の実行文に書かれたことを実行するには、Scilab のプログラムを開いて、上段の帯のなかの「ファイル」をクリックし小窓があらわれたらその中の「EXEC」をクリックし、「Cドライブの JSJ.txt」を指定すれば、たちまち計算が実行され、方程式の解に相当するマトリクスが「Cドライブ」の「DSD.txt」という場所に保存されます。

ここで、一つ注意しなければならないのは、サイラブの場合、以前にCドライブで DSD.txt というファイルが作られていれば、今度は、それに上書きする危険があるために、保存命令は実行されず、エラーを返して来ます。

エラーにならないためには、あらかじめ、Cドライブの DSD.txt というファイルを消去しておくか、または別のファイル名を与えなければなりません。

最後に、Cドライブの DSD.txt に保存されているデータを利用するために、ワードパッドに書かれた数値の羅列を、もう一度エクセルなどの表計算ソフトに張り付けて、数字を縦に並べて、未知数のどれに対応するか調べます。

その方法は、まず、ノートパッド(メモ帳)を開き、Cドライブの DSD.txt というファイルを開きます。

そこには数字が書かれており、その数字をコピーするには、ノートパッド(メモ帳)の上段の帯の「編集」をクリックし小窓があらわれたら、その中の「全て選択」をクリックし、その上で「編集」・・・「コピー」をします。

そして、ノートパッドを極小化し、画面の隅に隠して、エクセルを開き、「編集」・・・「形式を選択して張り付け」を選び数値を張り付けます。

その際、はじめの升目ひとつを指定すれば、その升目を始まりとして、方程式の解が縦に並んではりつきます。

モーメント図やたわみ曲線図などを、図化したい場合には、表計算ソフトのグラフの機能を使うと便利です。

しかし、(x, y, z) の三次元の図を書くときには、Scilab のソフトが便利です。

その場合、plot3d という命令を使います。

たとえば、次のような命令となります。

```
X={1:1:8} ;  
Y={1:1:9} ;  
Z=read('C:/DSD.txt',8,9);  
plot3d(X,Y,Z,27.0,2.9,"X@Y@Z",[0,2,4])
```

この文章を実行させれば、8 X 9 のXY平面の格子に対して、Zの値(8 X 9 = 72個)を対応させて、鳥瞰図が描かれます。

描かれた鳥瞰図はrotというボタンをクリックして絵の辺りをドラッグすると、いろいろの角度から見た図に回転させることができます。

注)

- ・ `plot3d` は、小文字です。
- ・ `plot3d` が、うまく行かないときは、`plot3d(X,Y,Z)` だけからはじめて、ヘルプを読んで、複雑な注文をつけていってください。
- ・ メモ帳の最後の行は、必ずリターンを入力してください。
- ・

注)

“Scilab”を入手するには、まず、インターネットでヨーロッパの `scilab` を検索し、`scilab` のホームページにアクセスします。それから、指示に従い必要なプログラムや取り扱い説明をダウンロードすれば `scilab` が入手できます。

参考までにアドレスを書いておりますが、アドレスはよく変更になるので、インターネットで検索して、アドレスにアクセスしてください。

README FIRST

http://www.esiee.fr/~rocarief/Scilab_Windows/README-2.4.1

How to obtain Scilab?

<http://www-rocq.inria.fr/scilab/get.html>