第３章　「三連法」（切り口の式）の意味を理解する

いま、「三連法」における、“切り口の開き角の式”と“力の和の式”の意味を説明します。

３－１．切り口の開きの式

ひとつの棒を途中で切ると、左右ばらばらになりますが、もともと内部に働いていた「セン断力」や「モーメント」を切り口に加えてやれば、切った切り口はピッタリ合わさり、切っていないかのごとき状態になります。
つまり、連続した一本の棒というのは、たくさん切り口を作ったとしても、もともと内部に生じていた応力と同じ力を作用させれば、どの切り口も、あたかも切っていないかのように、ピッタリあわさるはずです。ですから、「考える点」の切り口の開きの角度をθとすると、θ＝０という式が、考える切り口ごとに作れます。

好都合なことに、切り口の開きの角度と、作用するモーメントの間には、常数を介在して簡単な関係があります。

それは、
今、ビームの曲がり易さ（または曲がり難さ）の係数として、

$$k = J/6EI$$

を用いると、

図１の場合、

$$\theta_1 = 2kM_c$$

（考える切り口の場所にモーメントが作用しています。）

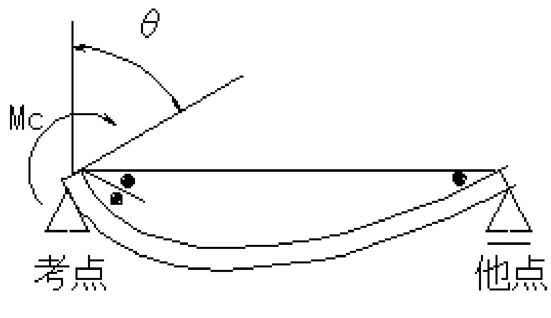

図 1　　**考える切り口にモーメントが作用している場合**

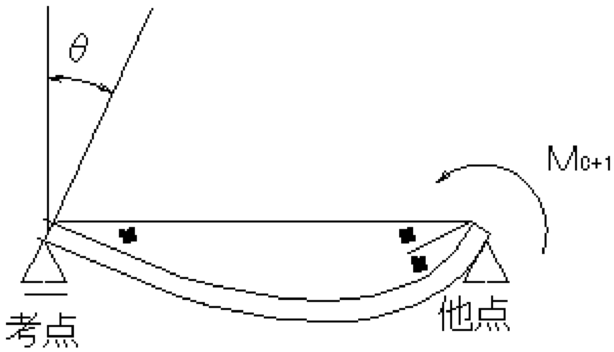

図 2　　**考える切り口の他端にモーメントが作用している場合**

図２の場合、

$$\theta_2 = 1kM_{c+1}$$

（考える切り口から見て、他端の場所にモーメントが作用しています。）
という関係があるのです。
ただし、
Ｅ：ヤング率
Ｉ：断面２次モーメント
Ｊ：分割された区間の長さ
このことにより、図３の場合の切り口の角度の開きは、

$$\theta = \theta_1 + \theta_2 = 2kM_c + 1kM_{c+1}$$

と表されます。

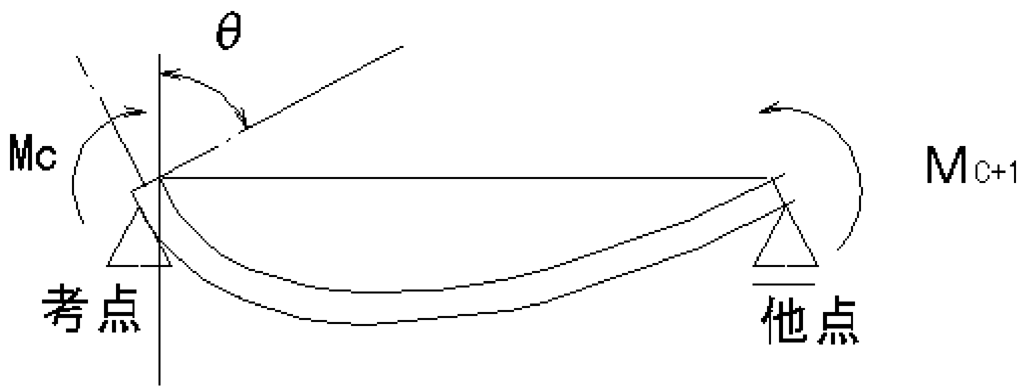

図 3　　考える点での切り口の開き

（考える点と他端の両方にモーメントが作用）

図ー３の場合は、考えている切り口の右側のビームだけにモーメントが働いている場合の式ですが、

図ー４のように、ビームの中間点で切り口を考える場合には、考える点の両側にビームがあるので、切り口の開きの角は、

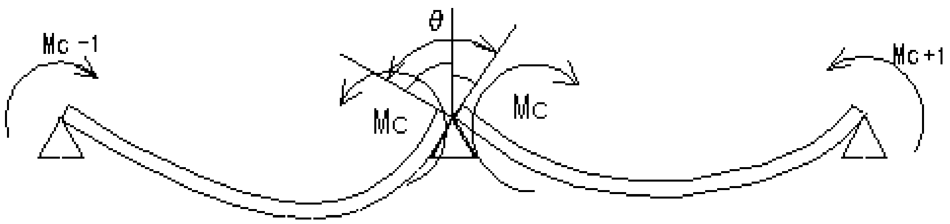

図 4　　考える点の両側にビームがある場合の切り口の開き

$\theta = 1kM_{c-1} + 4kM_c + 1kM_{c+1}$

となります。

上記は、モーメントによる切り口の開き角の式です。

一方、支点が変位すると、曲げモーメントに無関係に、切り口は開きます。

その開きの角度は、支点の変位量をｄ（下向きを正）として、

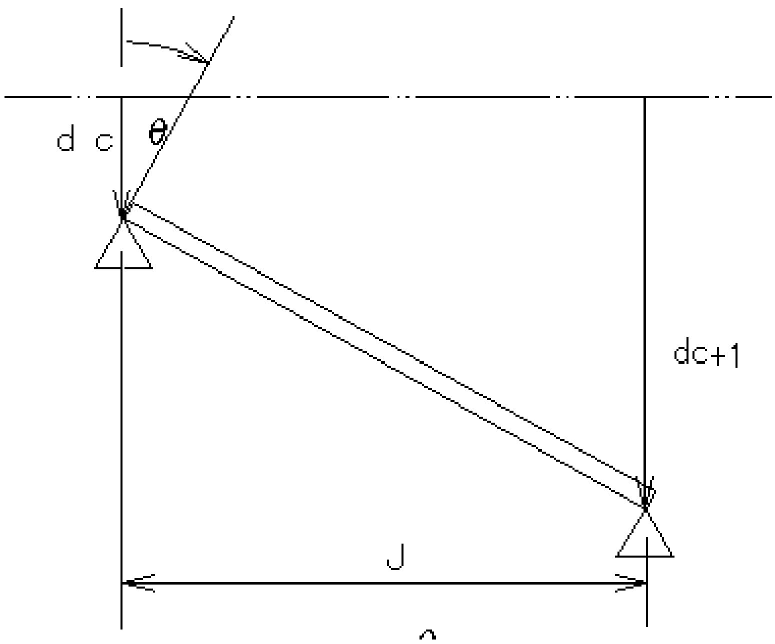

図 5　　支点の変位による切り口の開き

図５の場合、

$\theta = (d_{c+1} - d_c) / J$

となります。
（切断された部材の長さを、Ｊとしています）

もし、図６のように、両側にビームがある場合には、

$\theta = (d_{c-1} - 2d_c + d_{c+1}) / J$

となります。

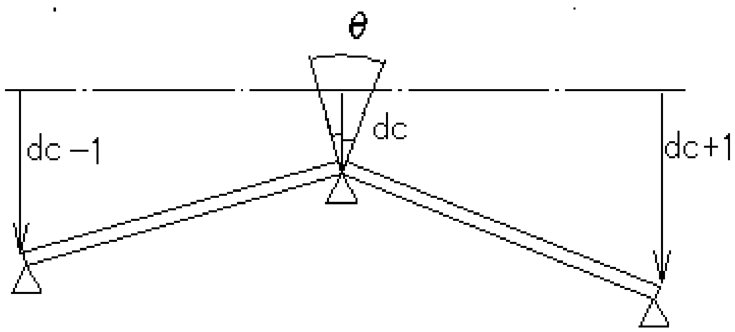

図 6　　考点の両側にビームがある場合の切り口の開き

よって、モーメントの作用下で支点が変位する場合、
切り口の開きの角度は、考点の両側にビームがある場合には、

$\theta = kM_{c-1} + 4kM_c + kM_{c+1} + (d_{c-1} - 2d_c + d_{c+1}) / J$

と表されます。

ビームをいくつかに分割して、その場所のモーメントや、変位を調べる場合、分割した区間の長さＪを“分割されたスパン”と考えます。

そして、分割点を支点とみなし、支点の変位 d_c を未知数とします。

３－２．力の和の式

今、沢山の分割点のうちの一つの点（考える点＝考点）での力の釣り合いを考えるものとします。
一本の直線的なビームのばあい、考える切り口において、セン断力（モーメントの差を長さで割ったもの）が、外力とつりあうという式をつくります。
このとき、考える点は、すべてバネで支持されていると考えて、力の釣り合い式をたてるのです。
もし、その考える点が、実際にはなにも支持されていない場所であれば、それは、みなしの支点であり、この「見なしの支点」におけるバネ常数は、ゼロとします。
「みなしの支点」における 「Ｋ＝０」という考え方は、本書の計算法における、重要なノウハウです。
このことにより、みなしの支点の反力を、たわみ量を使って表現でき、そのテクニックによって、未知数の数だけ式を作ることが可能となるからです。
なお、実際に支点があり、その支点が変位しない固い支点であれば、支点のバネ常数を非常に大きな値とします。

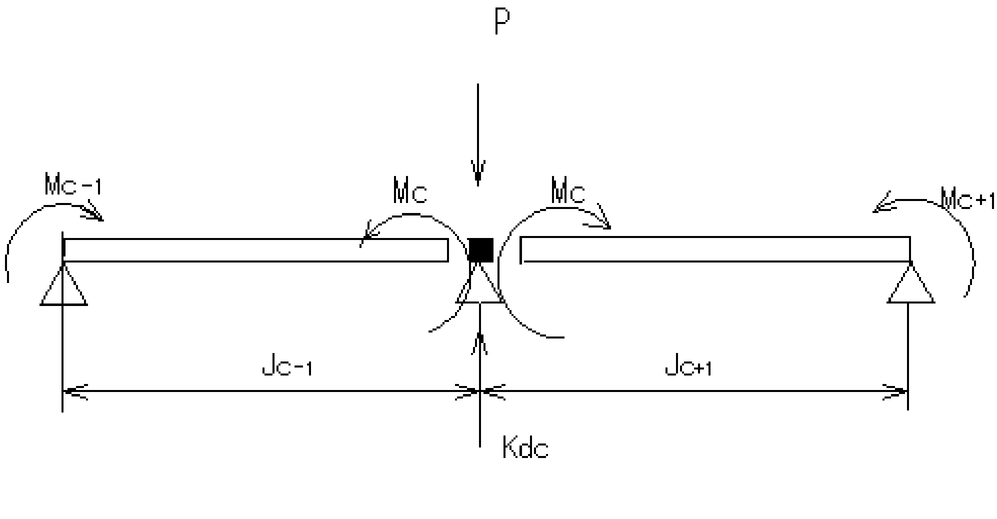

図 7　　考点における力の釣り合い

「力の和の式」は、未知数を左辺に寄せて、既知数を右辺に寄せる形式では、次のような形になります。ただし、分割の長さは左右同じで、Ｊとします。

$$(M_{c-1} - 2M_c + M_{c+1}) / J \quad - K d_c = - P$$

上記は考点を支点とみなしており、その支点のバネ常数はＫとなっています。なお、Ｐは考点にかかる荷重です。

考点が支点でない場合には、Ｋ＝０ですし、考点に外力が作用していなければ、Ｐ＝０です。

もし、考えている点が「片持ち梁」の固定端のような、端っこの点であれば、

$$(-M_c + M_{c+1}) / J \quad - K d_c = - P$$

のような形となります。

以上で「切り口の開き角度の式」と「力の和の式」という“道具”の意味の説明をおわります。

３－３．計算の要点

実際の計算に際しての要点、つまり、「本書のやり方」を述べると、以下の通りです。

１）切り口の開きの式を使う場合、棒の切断は、等間隔に行うことがコツです。そうすれば、計算間違いも少なく、あとからグラフを書くのにも便利です。

２）外力が分布荷重であっても、不規則荷重であっても、分割点に集中荷重を作用させて式をつくります。中間荷重による撓み角を与える方法なども考えられますが、それは、解法を複雑にするし、間違いがおおくなるので本書では使いません。

３）部材の途中を切ってそこで釣り合い式をたてる場合、本書ではその点は一応、「支承」によって支持されている、として扱われます。そして、支承がｄだけ変位するとしてＫｄという反力が返ってくるとします。ただし、実際の支承がそこにない場合には、架空の支承ですから、反力は帰ってきません。このことを式にあらわすには、力の釣り合い式の、支点からの反力、つまり、－Ｋｄについて、反力係数Ｋ＝０とします。