

4 - 4 . 影響線

モーメント、せん断力、或いは支点反力、などの影響線は、無荷重状態で、単位が1のギャップ（あるいは、くさび）を埋め込むことにより作ることができます。

影響線を書くことができれば、移動連行荷重などの、モーメント、せん断力、あるいは支点反力などの、最大値をすぐ発見できるので、とても重宝します。

4 - 4 - 1 . モーメントの影響線

ある点（考える点）のモーメントが、どんな値になるかは、荷重がどこに作用するかによる。

これを調べるには、「モーメントの影響線」をつくるのが便利である。

曲げモーメントの影響線

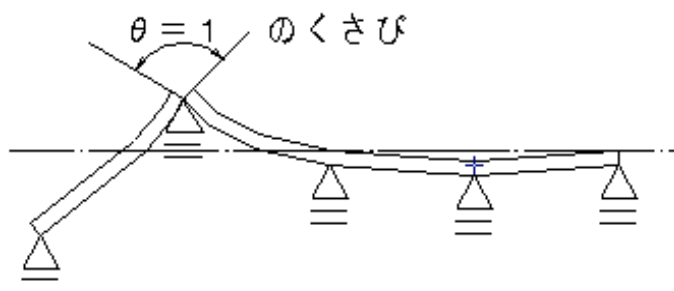


図 11 曲げモーメントの影響線

たとえば「4 - 3 . 連続梁」の第二の点に生じる曲げモーメントの影響線を描くには、左辺の未知数の係数はそのまま、第1番目の式の右辺、（つまり、第二の切断面での角度の値）を、 $\theta = 0$ でなく、 $\theta = 1.0$ にするとともに、各切断点（この場合は支点と同じ場所）での外部からの荷重をゼロにする。

つまり、右辺を以下のようにする。

	右辺の値
式1	-1
式2	0
式3	0
式4	0
式5	0
式6	0
式7	0
式8	0

そうすると、左辺の係数マトリクスの逆行列と、右辺の値のマトリクスの積は以下のようになる。

対応する未知数積(答え)

M2	-769428
M3	-457982
M4	-127453
d1	-0.19236
d2	0.270219
d3	0.004771
d4	-0.05077
d5	-0.03186

上記の変位、 d_1 、 d_2 、 d_3 、 d_4 、 d_5 が第二の点のモーメントに対する影響値である。

得られた変位の値に、想定する荷重を掛ければその場所に載荷したときの、考える点(今の場合、第2の点)でのモーメントが計算できる。

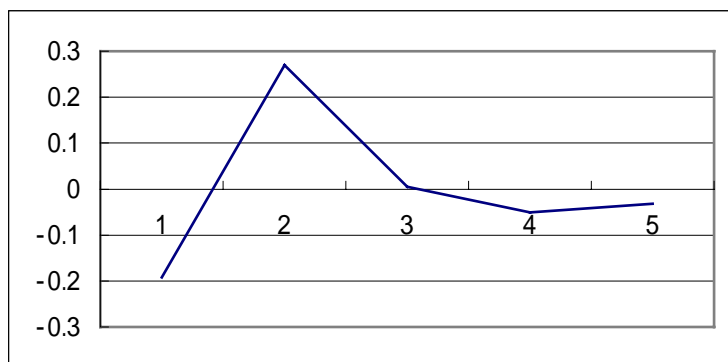
たとえば、第一の点に荷重10 kNが作用すると、第2の点でのモーメントは、

$M = P \times d_1 = 10 \times 0.192 = 1.92 \text{ kN} \cdot \text{m}$ となることを示している。

この結果は、先に例3、において荷重を第一の点に作用させたときの、M2におけるモーメントの解、

$M_2 = 1.92 \text{ kN} \cdot \text{m}$ と同じ結果である。

方程式の解の変位の値を図化すると、下記のようなになる。これが、第2番の切り口に生じるモーメントの影響線である。



4 - 4 - 2 . 支点反力の影響線

支点反力の影響線は、支承とビームの間に長さ 1 のピンを挿入したときに得られる。
 これまで、「梁の変位」と「支承の変位」は、共通の値を使用してきたが、ここでは、ピンを挿入するので、「ビームの変位」と「支承の変位」の二つを区別して、式を立てる。

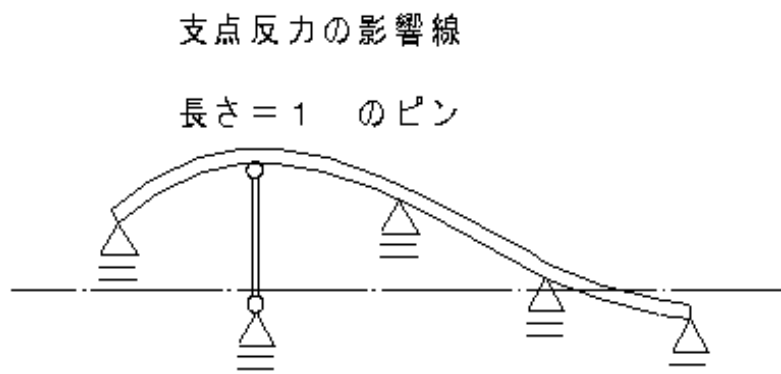


図 12 支点反力の影響線

いま、例として、左から 2 番目の場所の支承に対する支点反力の影響線を求めるものとする。

このとき、支承表面の変位を ds_2 とすると、

考点における「力の和の式」は、

$$(M_1 - 2M_2 + M_3) / J \quad K ds_2 = 0$$

である。

(J は切断された部材の長さです。)

上記の式が以前と異なる点は、ビームの変位 d_2 を使わずに、支点の変位 ds_2 、反力の計算に使っている事である。

なお、この例の場合、棒の端っこの点でのモーメントは、 $M_1 = 0$ だから、

$$(-2M_2 + M_3) / J \quad K ds_2 = 0$$

となる。

一方、未知数が増えたことに対応する、新しい式は、下記の「ギャップ」の式となる。

つまり、支承表面とビーム下面の位置関係の式は、

$$d_2 - ds_2 = 1$$

である。

なぜかという、ビームの撓み（変位）は、この場合下方向を正にしているからである。

これによって、式を並べて、マトリクスを作ると以下のようなになる。

	M2	M3	M4	d1	d2	d3	d4	d5	ds2
式1	3.08E-07	7.69E-08	0	1	-2	1	0	0	0
式2	7.69E-08	3.08E-07	7.69E-08	0	1	-2	1	0	0
式3	0	7.69E-08	3.08E-07	0	0	1	-2	1	0
式4	1	0	0	-4E+06	0	0	0	0	0
式5	-2	1	0	0	0	0	0	0	-4E+06
式6	1	-2	1	0	0	-4E+06	0	0	0
式7	0	1	-2	0	0	0	-4E+06	0	0
式8	0	0	1	0	0	0	0	-4E+06	0
ギャップ	0	0	0	0	1	0	0	0	-1

上記のマトリクスの逆行列は、以下のようなである。

	M2	M3	M4	d1	d2	d3	d4	d5	ds2
式1	769428	457981.7	127452.7	0.192357	-0.27022	-0.00477	0.050769	0.031863	1080874
式2	457981.7	1020917	457981.7	0.114495	0.026239	-0.28147	0.026239	0.114495	-104954
式3	127452.7	457981.7	769428	0.031863	0.050769	-0.00477	-0.27022	0.192357	-203076
式4	0.192357	0.114495	0.031863	-2E-07	-6.8E-08	-1.2E-09	1.27E-08	7.97E-09	0.270219
式5	-0.27022	0.026239	0.050769	-6.8E-08	-1.1E-07	-6.8E-08	-1.9E-08	1.27E-08	0.433324
式6	-0.00477	-0.28147	-0.00477	-1.2E-09	-6.8E-08	-1.1E-07	-6.8E-08	-1.2E-09	0.271927
式7	0.050769	0.026239	-0.27022	1.27E-08	-1.9E-08	-6.8E-08	-1.1E-07	-6.8E-08	0.0753
式8	0.031863	0.114495	0.192357	7.97E-09	1.27E-08	-1.2E-09	-6.8E-08	-2E-07	-0.05077
ギャップ	-0.27022	0.026239	0.050769	-6.8E-08	-1.1E-07	-6.8E-08	-1.9E-08	1.27E-08	-0.56668

右辺は以下のようなである。

	右辺の値
式1	0
式2	0
式3	0
式4	0
式5	0
式6	0
式7	0
式8	0
ギャップ	1

そこで、左辺の未知数の係数のマトリクスAの逆マトリクス A^{-1} をつくり、 A^{-1} と右辺のマトリクスCとの積、 $A^{-1}C$ を作ると以下のようなになる。

対応する未知数	積(答え)
M2	1080874.4
M3	-104954.1
M4	-203076.2
d1	0.2702186
d2	0.4333243
d3	0.2719266
d4	0.0752996
d5	-0.050769
ds2	-0.566676

上記の結果から、もし、10 kNの荷重が端の点に作用すると、第二の支承での反力は、 $d1 \times 10 \text{ kN} = -0.27 \times 10 = -2.7 \text{ kN}$

と計算できる。

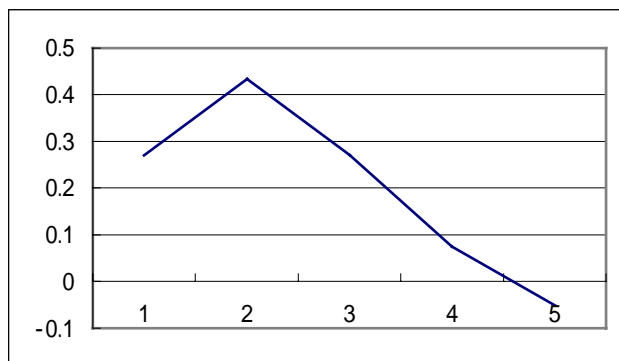
この、支承反力の影響線が正しいかどうか、例3の場合と比較する。

例3の解にもどると、まず、第2番目の変位が 6.755×10^{-7} であり、つぎに、バネ係数が 4×10^6 であることから、支承からの反力は $6.755 \times 10^{-7} \times (4 \times 10^6) = 2.70$ と計算できる。

このことと、影響線から求められた -2.7 kN は、同じ結果が得られていることが分かる。

上記で計算された変位の値は、第2の支承の反力についての影響線をあたえていることが確認できた。

これを図化すると下図のとおりである。



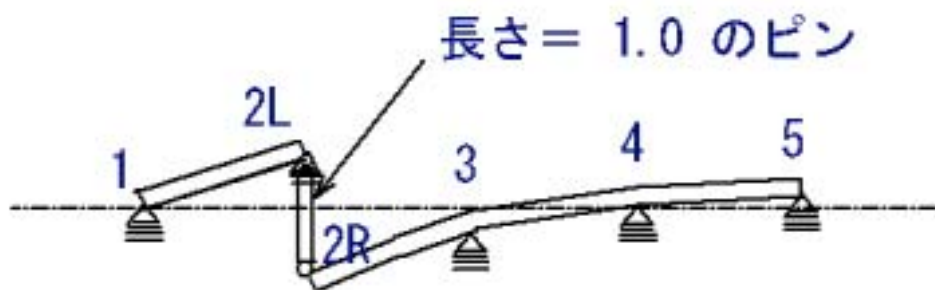
この図では、2番の点がとがった山になっているが、もっと多く分割して解析すれば、曲線はなめらかになり、2番の付近の曲線は、平らな山状となる。

4 - 4 - 3 . セン断力の影響線

セン断力の影響線を求めるときは、切り口の左と右を、上下にずらし、互いに 1.0 の距離を保つように、ピンをかませます。

この、「切り口の一方と、他方の距離が 1 となるように、ピンをかませた時のビームの撓み」がその切り口でのセン断力の影響線です。

図 13 セン断力の影響線



影響線を描くためには、荷重は与えません。

変位 (ギャップ = 1.0) だけを与えます。

式としては、切り口の左側の変位 d_L と、右側の変位 d_R について、

$$d_L - d_R = 1.0$$

という式が追加になるわけですが、この断点はピン支持ですので、切り口の開きの角 = 0 という式はこの断点では作りません。

なお、支点上でセン断力の影響線を調べる場合には、どちらの切り口が支点とくっついてあるかをあらかじめ決めておくものとします。

いま、4 - 3 . と同じ連続梁の、No. 2 の点におけるせん断力の影響線を求めるものとします。

変位の記号として、切断面の左側の変位を d2L、右側の変位を d2R とあらわすことにします。

また、基礎に接しているのは切断面の左側としておきます。

そうすると、切り口の開き = 0 の式は、No.3 と No.4 の 2 断面で作ることができ、力の釣りあいの式は、No.1、 No.2 、 No.3 、 No.4、 と No.5 の 5 点で作ることができます。

よって、この場合のマトリクスは、以下のようになります。

No.2 の点のせん断力の影響線を求めるための式の左辺

	M3	M4	d1	d2L	d3	d4	d5	d2R	
M3	3.1E-07	7.7E-08	0	0	-2	1	0	0	1
M4	7.7E-08	3.1E-07	0	0	1	-2	1	0	0
d1	0	0	-4E+06	0	0	0	0	0	0
d2L	1	0	0	-4E+06	0	0	0	0	0
d3	-2	1	0	0	-4E+06	0	0	0	0
d4	1	-2	0	0	0	-4E+06	0	0	0
d5	0	1	0	0	0	0	-4E+06	0	0
d2R	0	0	0	1	0	0	0	0	-1

また、右辺は以下の通りです。

	右辺
M3	0
M4	0
d1	0
d2L	0
d3	0
d4	0
d5	0
ギャップ	1

左辺の逆行列は、

	M3	M4	d1	d2L	d3	d4	d5	d2R	
M3	748316	382119		0	0.18708	-0.2786	-0.004	0.09553	748316
M4	382119	748316		0	0.09553	-0.004	-0.2786	0.18708	382119
d1	0	0	-2.5E-07	0	0	0	0	0	0
d2L	0.18708	0.09553		0	-2E-07	-7E-08	-1E-09	2.4E-08	0.18708
d3	-0.2786	-0.004		0	-7E-08	-1E-07	-7E-08	-1E-09	-0.2786
d4	-0.004	-0.2786		0	-1E-09	-7E-08	-1E-07	-7E-08	-0.004
d5	0.09553	0.18708		0	2.4E-08	-1E-09	-7E-08	-2E-07	0.09553
d2R	0.18708	0.09553		0	-2E-07	-7E-08	-1E-09	2.4E-08	-0.8129

となるので、これと、右辺の積を作ると、以下の結果を得る。

解

M3	748315.98
M4	382118.8
d1	0
d2L	0.187079
d3	-0.278628
d4	-0.00398
d5	0.0955297
d2R	-0.812921

上記の、d1 d2 L d3 d4 d5 d2R が求める影響線である。

それを図示すると、以下のようになる。

