

第9章 スラブの解析例

スラブの場合、未知数が多くなり、それに従ってマトリクスも大きくなるので、マトリクスをプリントアウトして、それを読者に示すことは、事実上、困難であるので、ここでは、いくつかの計算結果を図示するにとどめる。

計算条件としては、以下のものを示す。

1) 4辺固定のスラブ

- a) 等分布荷重 $p = 10 \text{ kN/m}^2$ が作用するとき
- b) 版中央(55の点)に集中荷重 $P = 100 \text{ kN}$ が作用するとき
- c) 版中央の点の曲げモーメントにたいする影響線。
- d) 版縁中点の曲げモーメントに対する影響線

計算条件				
版の幅	$L_x =$	8 m	=	$8x$ 1 m
版の長さ	$L_y =$	8 m	=	$8x$ 1 m
版の高さ	$h =$	0.4 m	=	$0.4x$ 1 m
版のヤング率	$E =$	33 kN/mm ²	=	$33x$ 1000000 kN/m ²
版のポアソン数	$m =$	5	=	$5x$ 1

2) 弾性基礎上に置かれた四辺フリーの版

- a) 版中央に集中加重 $P = 100 \text{ kN}$ が作用するとき
- b) 版の一隅に集中加重 $P = 100 \text{ kN}$ が作用するとき

計算条件				
版の幅	$L_x =$	8 m	=	$8x$ 1 m
版の長さ	$L_y =$	8 m	=	$8x$ 1 m
版の高さ	$h =$	0.4 m	=	$0.4x$ 1 m
版のヤング率	$E =$	33 kN/mm ²	=	$33x$ 1000000 kN/m ²
版のポアソン数	$m =$	5	=	$5x$ 1
地盤の反力係数	$K =$	70 N/cm ³	=	$70x$ 1000 kN/m ³

9 - 1 . 四辺固定のスラブ

9 - 1 - 1 . 四辺固定のスラブに等分布荷重 $p = 10 \text{ kN/m}^2$ が作用するとき
たまたま、分割の関係から、一つの格子は $1 \text{ m} \times 1 \text{ m}$ の部分の荷重を受け持つので、
結果として 10 kN の集中荷重を各格子点に作用させている。
掲載している図は、版の変位の図、および、 M_x についての図の 2 種類である。

まず、変位の図は、われわれが、日常目にする撓みそのものであり、直感的に理解できる。
ここに掲げた変位図は 4 辺の変位がゼロであるが、それを含めて、 $9 \times 9 = 81$ 点の変位を図
示したものである。

つぎに、モーメントの図であるが、モーメントの図は、変位と異なり、曲率にあたるものであ
るから、ひとめで納得するのは難しい。

いわば、頭で理解しなければならない。

M_x の図について見ると、両サイドのビームが辺にあたるので、変形がないので、省略され、
変形の生ずるビーム 7 本についてのみモーメント図が描かれている。

各ビームのモーメントは、両端固定の条件となっており、一本あたり 9 つの点のモーメントが
示されている。

このビームはたまたま、分割の関係で、幅が 1 m であるので、スラブ幅 1 m あたりのモーメン
トと同じ値となる。

もし、手持ちの数表と対照して、数値がちがうようであれば、それは、捻りの係数が異なるた
めと思われる。

捻りの係数は、ヤング率とポアソン数に関係しており、コンクリートの強度にも強い相関があ
るため、一種のパラメーターと思った方が実務的であろう。

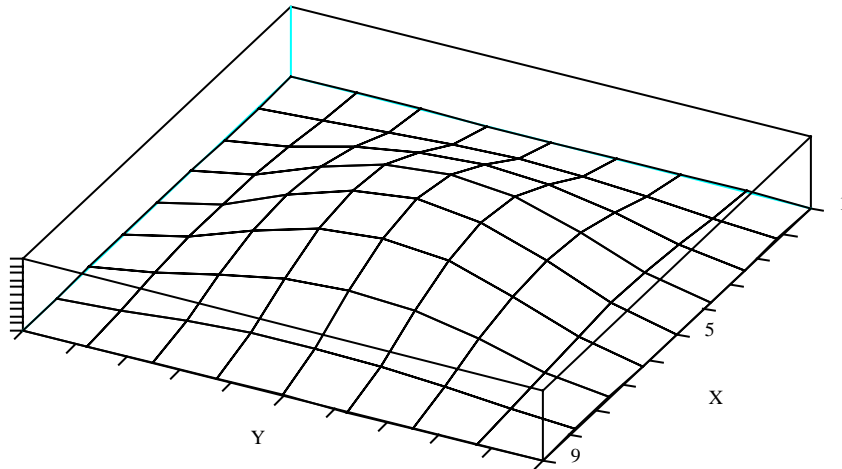


図 24 四辺固定・等分布载荷・変位図

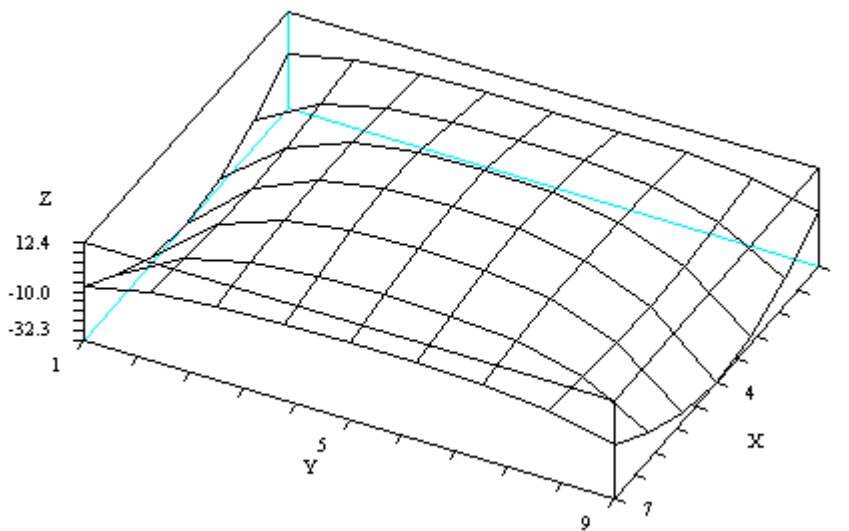


図 25 四辺固定・等分布载荷・モーメント図

9 - 1 - 2 . 四辺固定の版中央 (5 5 の点) に集中荷重 $P = 1 0 0 \text{ kN}$ が作用するとき
一般に、集中荷重の数表がこれまで用意されていない理由は、微分方程式を解くことが困難であったためと、高性能パソコンの普及という時代背景がなかったことによる。
このことを端的に示すものが、鉄筋コンクリート標準仕方書の二方向版の記述である。
そこには版の設計方法が述べられているが、非常に苦心した記述がなされていることがわかる。

しかし、いまや、いとも簡単に変位やモーメントを導き出すことができる。

図 26 は変位の図である。図中には、辺における点 (ここでは変位がゼロ) を含め、 $9 \times 9 = 81$ の点についての変位が示されている。

図 27 はモーメント図である。

両サイドの辺の場所にあるビームは、辺を固定しているので、変形しない。よって、両サイドのビームのモーメントはゼロである。

図は、両サイドのビームを省略し、中の7本のビームのモーメントのみを表示したものである。

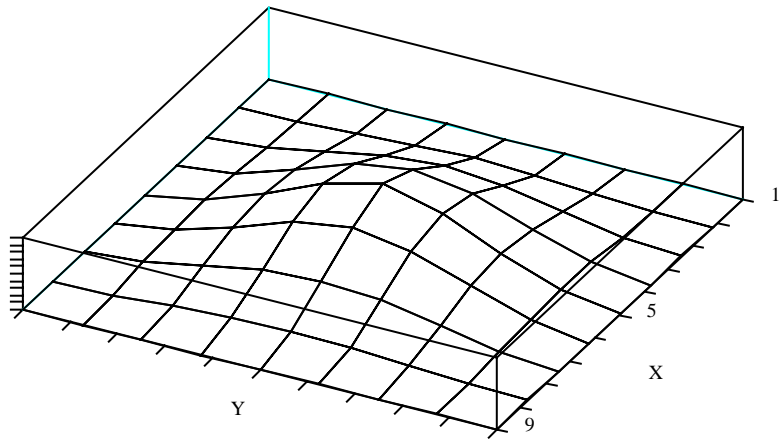


図 26 四辺固定・版中央載荷・ 変位図

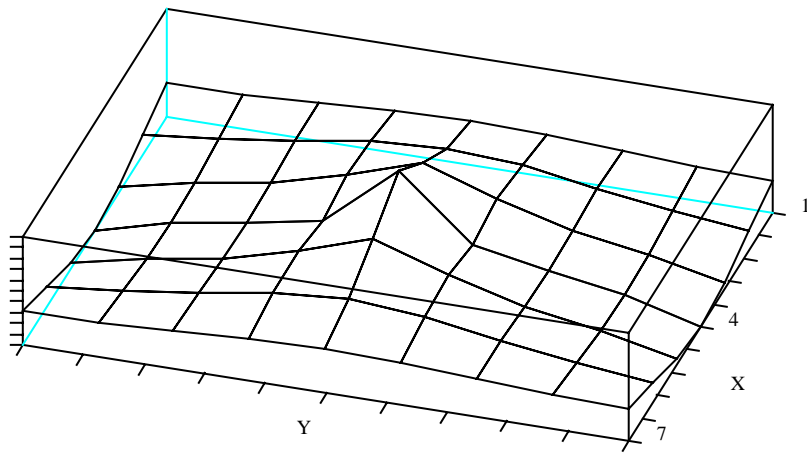


図 27 四辺固定・版中央集載荷・ モーメント図

9 - 1 - 3 . 四辺固定の版について、版中央の場所のモーメントに対する影響線

おそらく、多くの人は「版に生ずるモーメント」に対する「影響線」など、あまり目にする機会がなかったことでしょう。

しかし、これがあると便利です。

たとえば、「この自動車の車輪は6輪ありますが、この自動車がどこを通るときに、中央の版の曲げモーメントが最大になるでしょう？」というような設問には、直ちに答えることができます。

図28は、版中央のX方向のビームの中央に、 $\nu = 1.0$ というくさびを咬ませた時の各格子点の変位を図化して表したものです。

まさに、この変位が、影響線そのものです。

もし、中央に、 $P = 100 \text{ kN}$ の荷重を与えよときの版中央でのモーメントをもとめたいときには、影響線の値（この場合は0.229）にたいして、荷重の値（この場合は100）をかけます。

この場合、掛けた値は（ $0.229 \times 100 = 22.9$ ）となりますが、それは、すでに掲げられたモーメント図（図27参照）における値の（22.9）に等しい。

なお、スラブのねじり抵抗は、パラメーターとしての役割と受け止めてください。

実際のスラブの捻り抵抗は、材令によっても、荷重の履歴によっても値が異なる可能性があるからです。

9 - 1 - 4 . 四辺固定の版について、版縁中央の場所のモーメントに対する影響線

この事例は、版中央を通るX方向ビームのビーム端に、 $\nu = 1.0$ というくさびを咬ませた時の各格子点の変位を図化している（図29参照）。

この変位が影響線そのものである。

もし、中央に、 $P = 100 \text{ kN}$ の荷重を与えよときの版縁でのモーメントをもとめたいときには、影響線の値（この場合は-0.124）にたいして、荷重の値（この場合は100）をかけるが良い。

この場合、掛けた値は（ $-0.124 \times 100 = -12.4$ ）となるが、それは、すでに掲げられたモーメント図（図27参照）に於ける値の（-12.4）と等しいことが確認できる。

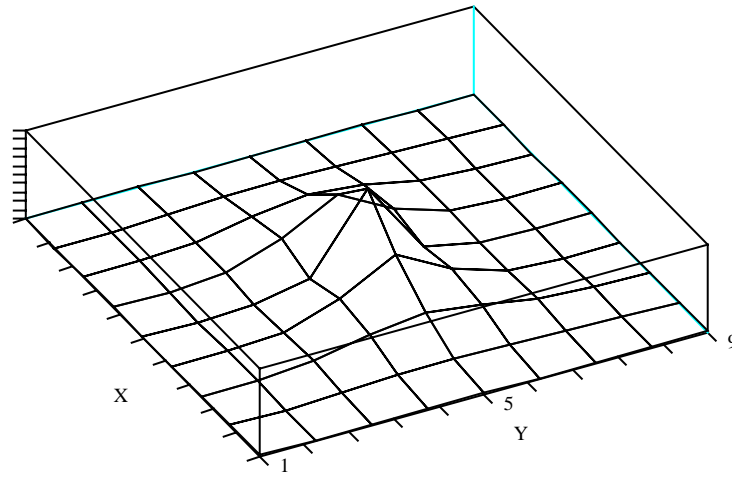


図 28 四辺固定・版中央モーメント・ 影響線図

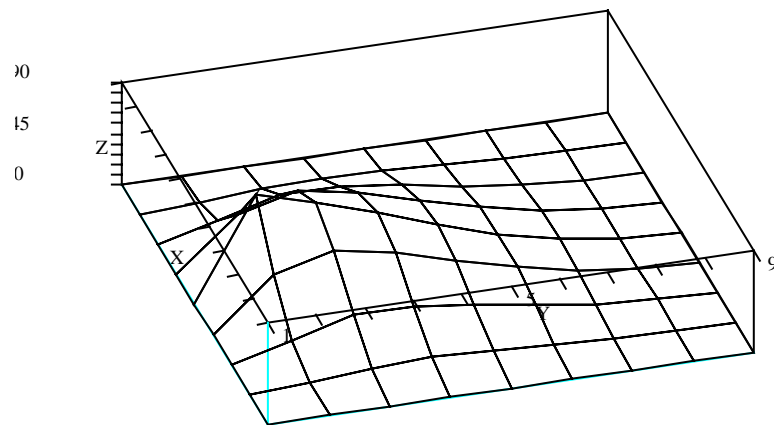


図 29 四辺固定・端モーメント(縁中央)・ 影響線図

9 - 2 . 四辺フリーの版が弾性地盤に支持されている場合

この例は、「舗装コンクリートスラブ」などにあてはまる条件設定である。

従来、弾性地盤に支持されたスラブの解析は困難であり、一般にアーリントンの図表を引いて設計がなされてきた。

本書で紹介した解法は、集中荷重がどこに作用しても簡単に答が導けるのみならず、もし必要なら、辺の支持条件も、この例の、四辺自由というものに限定されず、固定でも半固定でも、自由に条件を設定することができる。

その結果、なにより嬉しいことには“普通のビームの設計と同じ手法、つまり、「感覚的にも納得できる手法」”で、版の配筋をすることができる。

4 辺自由のスラブを計算するときの注意としては、以下のことがある。

辺に位置する 2 本のビームの幅は、中の 7 本のビームの幅の、 $1 / 2$ である。

このことから、辺の場所のビームについては、断面 2 次モーメントの値も、中のビームの値の $1 / 2$ を用いる。

地盤に接地する面積も、辺のビームの場合、中のビームの $1 / 2$ であるから、地盤からの反力係数も通常部の $1 / 2$ であり、4 隅の位置では接地面積が $1 / 4$ となるので、反力係数も $1 / 4$ の値を用いる。

図に戻って、以下に、若干の説明をくわえておく。

変位図は、特に説明を要しないであろう。

図には $9 \times 9 = 81$ の点の変位が示されている。

モーメント図は、若干補足説明を要する。

モーメントを、解の値のまま図化すると、辺の位置のビームのモーメントが通常の場合と違い $1 / 2$ の値であり、これをそのまま用いると、視覚的に違和感がある。

そこで、この違和感を無くするために、中の 7 本と同じ幅に直して図化した。

9 - 2 - 1 . 版中央に $P = 100 \text{ kN}$ が作用する場合

以下、説明なしで結果のみを示す。

(図 30) 版中央に $P = 100 \text{ kN}$ が作用する場合の変位図

(図 31) 版中央に $P = 100 \text{ kN}$ が作用する場合のモーメント図

9 - 2 - 2 . 版隅に $P = 100 \text{ kN}$ が作用する場合

(図 32) 版隅に $P = 100 \text{ kN}$ が作用する場合の変位図

(図 33) 版隅に $P = 100 \text{ kN}$ が作用する場合のモーメント図

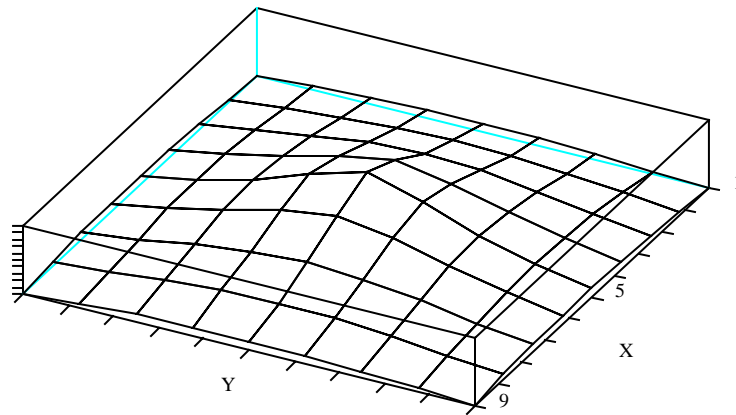


図 30 弾性地盤上の版・4辺自由・版中央載荷 変位図

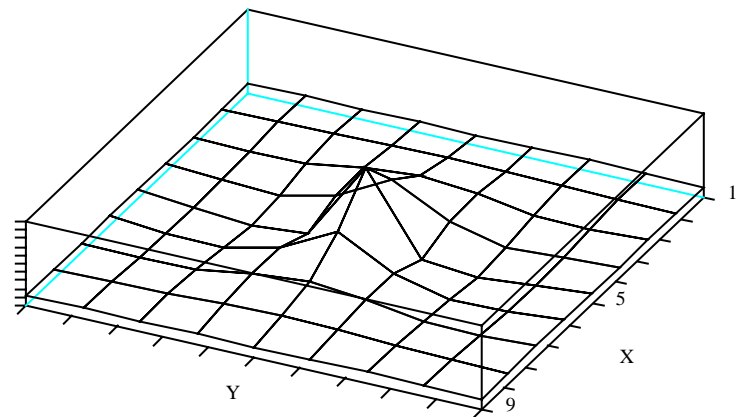


図 31 弾性地盤上の版・4辺自由・版中央載荷 モーメント図

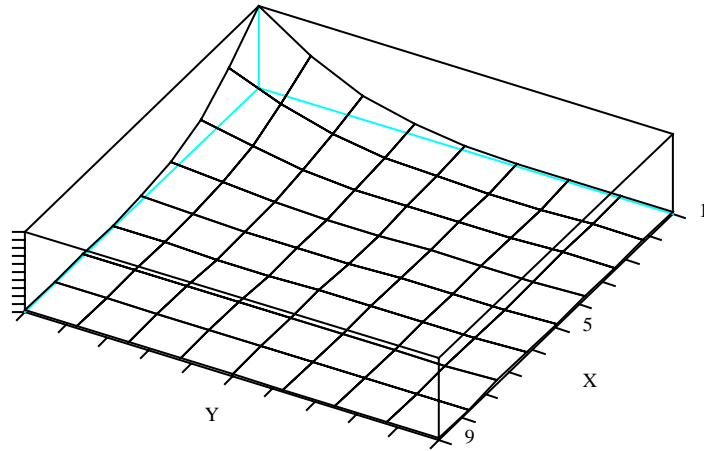


図 32 弾性地盤上の版・4辺自由・版隅載荷 変位図

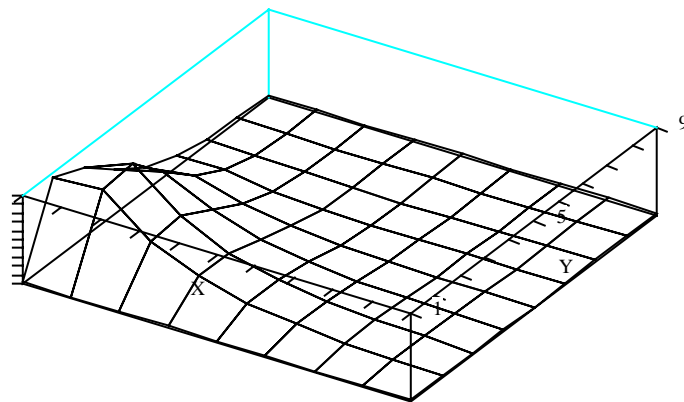


図 33 弾性地盤上の版・4辺自由・版隅載荷 モーメント図